

Stefano Giovanni Loffi

Piccola
Storia dell'Idraulica

libera traduzione, ridotta ma integrata, di

"History of Hydraulics" di Hunter Rose e Simon Ince
dell'Istituto di Ricerca Idraulica dell'Università Statale dell' IOWA – U.S.A.,
édita, nel 1954, come supplemento, su *"LA HOUILLE BLANCHE"* .

**Capitolo 19 – Idrodinàmica classica ed applicata
nel XIX sécolo**

Cremona 23 giugno 2007

Capitolo 19 – Idrodinamica classica ed applicata nel XIX secolo

Nell'Ottocento, i progressi in Idraulica ed in Idrodinamica crebbero con un ritmo reciprocamente comparabile, ma le attività si svilupparono in modo quasi indipendente, tanto da apparire distinte persino nella mèta, che invece era praticamente la stessa: la conoscenza del comportamento dei fluidi, liquidi e gassosi. L'Idrodinamica, in particolare, generò, verso la fine del secolo, l'Aerodinamica, ben più distinta e sempre più distinguibile dalle prime due, sebbene ne fosse 'figlia'.

Nonostante ciò, vi furono ricercatori in ciascuna materia, Idraulica o Idrodinamica che fosse, che seppero considerare anche l'importanza delle due differenti prospettive e si sforzarono di utilizzare, studiare e seguire tutti i risultati ed i metodi disponibili nell'uno e nell'altro campo.

Ferdinand Reech e Jaques Antoine Charles Bresse, per esempio, sebbene fossero ingegneri, cioè applicati principalmente ai casi pratici – di essi abbiamo trattato nel precedente Capitolo, descrivendone l'attività sperimentale - realizzarono i loro principali contributi attraverso metodi analitici; il lavoro di Bresse, in particolare, affrontato in questo Capitolo, ha un grande rilievo teorico anche se raggiunto attraverso la via sperimentale.

I più grandi progressi in Idraulica, come in altre materie scientifiche, sono spesso il prodotto della combinazione di un fondato ragionamento fisico e di una acuta consapevolezza della realtà; ma è certo che il progresso frequentemente compie i propri passi partendo da una formulazione di natura empirica, a volte con scarsi fondatezza e ragionamento, ma poi ogni valutazione giunge alla mèta attraverso le successive analisi matematiche che, a loro volta, possono apparire inizialmente non applicabili ai casi pratici. È su quest'ultimo aspetto che sarà ora focalizzata l'attenzione.

In questo quadro, ecco giungere il tempo e la necessità di parlare di un ingegnere francese, Louis Marie Henri Navier (Digione 1785- Parigi 1836) il cui nome è oggi frequentemente associato alle equazioni che elaborò attraverso analisi puramente matematiche.

Navier, nato a Digione, entrò nel *Corps des Ponts e Chaussées* dopo il classico corso accademico e spese il resto della sua vita nella triplice attività di insegnante di Meccanica, alla *Ecole des Ponts et Chaussées*, mantenendo anche la pratica attiva nel *Corps*, particolarmente nella costruzione di ponti, compiendo ricerche e componendo memorie e testi su svariati argomenti.

Il suo lavoro meglio conosciuto fu un trattato sui ponti, in due volumi, ma ricevette anche notevole notorietà per il progetto di un ponte sospeso a Parigi sulla Senna, che crollò, poco dopo la fine della costruzione, a causa del cedimento della fondazione di uno dei due pilastri di sostegno.

Importanti furono le ricerche di Navier nel campo della Scienza delle Costruzioni, che riportò nelle lezioni, raccolte nel libro "*Leçons sur l'application de la mécanique*", edito a Parigi nel 1826.

Il documento che per noi ha maggior rilevanza fu presentato nel 1822 alla *Académie Royale des Sciences* (alla quale fu eletto membro poco dopo) sotto il titolo "*Memoire sur les lois du mouvement des fluides.*", nel quale Navier procedette ad analizzare il moto di un fluido quasi allo



stesso modo di Eulero, ma considerò, in aggiunta, quelle forze che Eulero attribuiva ad un'ipotetica attrazione o repulsione tra le molecole adiacenti.

“Se il fluido è in movimento, si presume, in generale, che le molecole vicine si avvicinino e le vicine si allontanino le une dalle altre . . . Noi immaginiamo, infatti, che in uno stato di quiete del fluido, le molecole siano poste a distanze relative determinate dalla condizione di mutuo annullamento delle forze di repulsione e di compressione, che determina la misura del volume occupato, in funzione della temperatura e della pressione, alle quali il fluido è sottoposto . . . e noi partiamo dal principio . . . che, per effetto del movimento del fluido, le azioni repulsive delle molecole aumentano o diminuiscono in una quantità proporzionale alla velocità con la quale le molecole si avvicinano o si allontanano le une dalle altre.”

Eccetto per l'assunta proporzionalità di questa azione, assegnata alla velocità relativa delle molecole adiacenti, Navier fu portato ad esprimere la grandezza nei termini di una sconosciuta funzione dello spazio molecolare. Poi con lo sforzo di una assai complessa analisi di numerose forze agenti, ivi compresa l'accelerazione del fluido che esse producevano, lo scienziato francese giunse alla seguente modifica di ciascuna delle tre equazioni di Eulero, delle quali si riporta soltanto quella secondo la direzione x :

$$P - \frac{dp}{dx} = \rho \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz} \right) - \varepsilon \left(\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} \right)$$

nella quale ε rappresenta semplicemente una funzione dello spazio molecolare, alla quale Navier diede un significato fisico di non particole significatività.

Contrariamente alla scoperta, realizzata, per via sperimentale, da Clemens Herschel, del Principio che consentisse di misurare la velocità media del flusso, ancor prima di concepirne la teoria, qui, con Navier, c'è un esempio di una scoperta teorica senza riuscire a svilupparne la potenzialità quale strumento di analisi.

E' vero che Navier cercò di applicarla all'analisi del moto uniforme attraverso le tubazioni ma, a dispetto del suo credere d'essere nel giusto, il risultato non fu corretto, per un errore dovuto in parte alla sua preconcepita accettazione di indicazioni sperimentali ed in parte all'incapacità di integrare le deduzioni teoriche all'interno del meccanismo della resistenza del fluido.

“Nel comparare questa espressione per un tubo circolare, precedentemente trovata per un tubo quadrato, si vede che la velocità media prende lo stesso valore sia nella sezione quadrata che in quella circolare, quando la loro sezione è la stessa oppure molto piccola. Questi risultati mostrano, in più, che il valore della velocità è sensibilmente indipendente dalla mutua azione delle parti fluide, frutto di quel fenomeno chiamato usualmente coesione, cioè la viscosità del fluido. Questo valore dipende quasi unicamente dal valore dell'aderenza che esiste tra il fluido ed il contorno . . . Quando i tubi sono molto piccoli, la velocità media aumenta, a parità di tutte le altre condizioni, in proporzione al diametro; ma essa tende ad aumentare più rapidamente dell'aumento del diametro stesso; da qui si conclude che l'influenza della coesione diventa prevalente e finisce con l'essere la sola che determina, quando il diametro diventa molto grande, la velocità media del fluido.”

Il concetto di Navier dell'attrazione molecolare fu studiato dal barone Augustin Louis de Cauchy (Parigi 1789 - Sceaux 1857).

Di salute cagionevole, forse soffrendo dell'infanzia vissuta nel pieno dramma della Rivoluzione, Cauchy dimostrò uno straordinario talento matematico; si racconta che Joseph Louis Lagrange, indicandolo ad alcuni colleghi professori e matematici, disse: “*Vedete quel giovanotto minuto? Bene! Come matematico ci soppiantierà tutti!*”; ma diede un consiglio apparentemente incoerente a suo padre: “*Fate che non tocchi un libro di Matematica sinchè non avrà compiuto i diciassette anni.*”, auspicando che, nel frattempo, si applicasse soprattutto a materie letterarie ed umanistiche, affinché fosse poi in grado di esprimersi in modo originale, ma comprensibile, su tutto ciò che avrebbe scoperto nella ‘scienza dei numeri’.

Lagrange aveva visto giusto: Cauchy divenne il più importante matematico del suo tempo, pur applicandosi, per necessità, ad attività non soltanto teoriche.

Completati gli studi alla *École Polytechnique*, con il titolo di Ingegnere Civile, nel 1810, Cauchy iniziò la professione a Cherbourg sino al 1813.

Tornato a Parigi si impiegò al *Corps des Ponts et Chaussées* ma, a causa della sua salute malferma e, per questo, su consiglio degli amici e colleghi Lagrange e Laplace, si dedicò interamente agli studi di Matematica; in questi acquisì notorietà per alcuni lavori sui poliedri e sugli integrali, diventando Accademico di Francia nel 1816.

Professore al Collegio di Francia ed alla Sorbona, si rifiutò di prestare giuramento al re, Luigi Filippo, nel 1830, per non tradire il proprio credo legitimista, pur cosciente che questo gesto gli sarebbe costato l'esilio. Riparò, così, in Svizzera e poi a Torino, dove insegnò Fisica Sublime; poi giunse a Praga.

Cauchy tornò a Parigi nel 1838 ma non riprese più l'insegnamento. Fu una delle figure di maggior valore tra i matematici del XIX secolo e produsse una grande quantità di materiale, raccolto in 789 scritti, dove fissò i canoni della rigorosa trattazione dell'Analisi Matematica, ancor oggi seguiti nell'insegnamento. Con le sue lezioni ed i suoi libri si formarono le generazioni di matematici, non solo francesi.

In Idraulica, Augustin Louis de Cauchy contribuì grandemente all'analisi del moto d'onda ma, a causa dell'eccelso livello della sua Matematica, l'opera “*Memoire sur la theorie des ondes*”, del 1816, fu veramente compresa soltanto da quei matematici che erano pure particolarmente esperti di Idrodinamica. Quello che oggi è conosciuto come il *Numero di Mach* era una volta indicato con *Numero di Cauchy*, in suo onore, avendolo per primo definito quale rapporto tra la velocità di un fluido e la celerità con la quale in esso si muovono le piccole perturbazioni. Così, in Aerodinamica, fu il nome del Fisico cecoslovacco Ernst Mach (Turas, Moravia 1838 – Haar, Monaco di Baviera 1916) ad essere utilizzato per indicare valori di velocità multipli della velocità del suono.

Le equazioni di Navier furono nuovamente derivate, ma da basi un poco differenti rispetto a Cauchy, da Simeon Denis Poisson (Pithiviers 1781- Parigi 1840), anch'egli amico di Lagrange e di Laplace, fisico e matematico, professore, dal 1806, alla *École Polytechnique* ed



astronomo, dal 1808, presso il *Bureau des Longitudes*, ed anche, dal 1809, professore di Meccanica alla facoltà di Scienze di Parigi.

I principali interessi di Poisson furono la Meccanica, l'elasticità, il calore, il suono, ma – come altri matematici di quel secolo – scrisse anche, sebbene in forma più generale, sul moto d'onda.

Il suo adattamento delle equazioni dell'equilibrio dei solidi elastici al flusso dei fluidi incomprimibili fu illustrato, nel 1829, nel lavoro "*Mémoire sur les équation générales de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques et des fluides.*", di grande interesse a causa delle considerazioni sull'imperfetto concetto che allora esisteva del fenomeno della resistenza.

Poisson ragionò che, allorquando, nello stato di equilibrio, la pressione era la stessa in tutte le direzioni, durante il movimento vi fosse una certa tendenza delle molecole ad adattare la propria posizione in funzione del movimento stesso, causando la variazione della pressione nelle diverse direzioni.



Così Poisson stabilì:

“ . . . è consigliabile osservare che si potrebbe non confondere l'effetto che noi ora indichiamo soltanto con la viscosità dei fluidi imperfetti. L'effetto in questione può occorrere nei liquidi che hanno una viscosità non apprezzabile, ed anche nei fluidi gassosi, sui quali deve soprattutto essere considerato quando la loro agitazione diventa estremamente rapida. La viscosità è quella che impedisce ai liquidi di esercitare, dopo un intervallo di tempo più o meno lungo, un'eguale pressione in tutte le direzioni; ma si può attribuire all'influenza della forma delle molecole la loro mutua azione e considerare i liquidi viscosi come una sorta di materia intermedia tra i solidi ed i fluidi perfetti [gli ultimi essendo] i soli che sono considerati nella parte seguente di questa memoria . . . “.

Anche Saint Venant affrontò questo problema in molti dei suoi scritti, ma seppe scansare con successo la questione dell'indeterminata natura delle caratteristiche molecolari, considerandone invece il solo effetto come sforzo interno prodotto e valutabile. La sua analisi fu portata alla pubblica attenzione nel suo breve "*Note à joindre au mémoire sur la dynamique des fluides.*", del 1843, dalla quale è tratta la seguente affermazione:

“Io assumo . . . che in un fluido in movimento non c'è una componente tangenziale di pressione nella direzione nella quale non c'è scivolamento. Questo equivale ad ammettere che la direzione lungo la quale l'attrito è nullo . . . è nullo lo strisciamento; o che la principale componente tangenziale ha la stessa direzione del principale trascinarsi, o, se uno vuole, che l'attrito prodotto dallo strisciamento è una resistenza che si oppone allo stesso strisciamento . . . questa è solo un'ipotesi che io propongo.”

Non soltanto Saint Venant derivò le equazioni di Navier su una base più ragionata, ma in questo ottenne espressioni per i tre sforzi normali (ovvero le tensioni) ed i tre sforzi tangenziali in funzione dei gradienti di velocità e del coefficiente ε , nelle rispettive forme:

$$p_{xy} = p + 2\varepsilon \frac{du}{dx} \quad p_{xy} = \varepsilon \left(\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \right)$$

Egli non tentò di dare il corretto significato al coefficiente ε , che Navier vagamente immaginava quale funzione dello spazio molecolare, al di là di questa notazione:

“La soluzione è senza dubbio non ancora completa, poiché la formula non impone che ε sia lo stesso in tutti i punti; ma è quantomeno utile comprendere la questione e provare che ogni analisi, il cui punto di partenza è in accordo con ciò che noi abbiamo assunto, . . . porta necessariamente, e quindi soltanto, a queste formule.”

Il realtà la derivata di Saint Venant non fu ristretta a ciò che era conosciuto come *Moto Laminare*, ma applicata ad ogni stato del moto (quindi anche nel *Moto Turbolento*), coinvolgendo gli sforzi del tipo assunto. In altri scritti, inoltre, egli assunse che gli sforzi variavano in proporzione all'intensità della formazione di turbolenze locali. In modo assai ingiustificato, sebbene le sue equazioni fossero così generalmente giustificabili, il suo nome non è mai associato con alcuna delle molte forme nelle quali esse sono utilizzate oggi.

L'unico che vide collegato il proprio nome a quello di Navier, nell'indicare le equazioni del moto di un fluido viscoso, fu sir George Gabriel Stokes (Skreen 1819 - Cambridge 1903).

Nativo di Skreen, in Irlanda, concluse gli studi a Cambridge e rimase in Inghilterra per il resto della sua vita, contribuendo grandemente alla crescita, in quel paese, della Fisica Teorica.

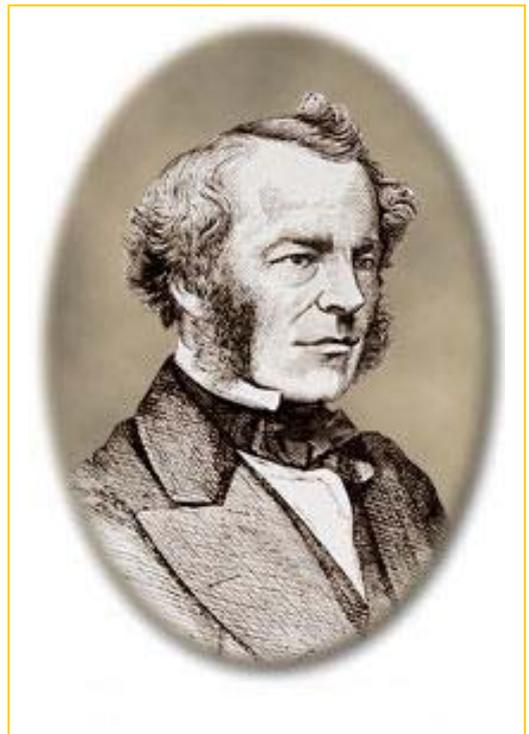
Stokes fu il primo scienziato, dopo Isaac Newton, ad occupare la Cattedra Lucasiana di Cambridge, nel 1849.

Segretario della *Royal Society*, nel 1854, dove presentò oltre cento lavori su diversi argomenti, tra i quali l'Idrodinamica, ne divenne Presidente nel 1885.

Il suo scritto, del 1845, *“Sulle teorie dell'attrito interno dei fluidi in moto e dell'equilibrio e moto dei solidi elastici.”* era l'unico che conteneva le derivate di Navier nella forma oggi seguita, dove il coefficiente ε , nella sua più generale formulazione, fu sostituito dalla viscosità dinamica μ .

Tuttavia Stokes fu messo fuori strada dall'errata interpretazione di alcuni dati sperimentali, come testimonia la seguente osservazione:

“Il prossimo caso da considerare è quello di un fluido in contatto con un solido. La condizione, che per prima mi sovviene da assumere in questo caso, è che la pellicola di fluido immediatamente a contatto diretto con la superficie del solido non si muova rispetto alla superficie medesima. In accordo con le ipotesi adottate, se il moto relativo delle particelle fluide, immediatamente attorno ad ogni immaginaria superficie nelle quali può intendersi diviso il fluido,



è molto elevato, le forze tangenziali chiamate in azione sarebbero molto grandi, cosicché il valore del moto relativo rapidamente decrescerebbe. Passando al limite, noi possiamo supporre che ad ogni istante le velocità cambiano discontinuamente nel passare attraverso ogni superficie immaginaria. Le forze tangenziali, chiamate in azione, andrebbero immediatamente ad annullare il moto relativo delle particelle, indefinitamente chiuse le une contro le altre, cosicché da rendere il moto continuo; per analogia, lo stesso può essere supposto vero per la superficie di contatto tra il fluido ed il solido. Ma avendo calcolato, in accordo con le condizioni che abbiamo menzionato, la perdita di carico di lunghe tubazioni, circolari diritte e canali rettangolari, e comparati i risultati con alcuni degli esperimenti di Bossut e Du Buat, io trovai che le formule non sono tutte d'accordo con gli esperimenti . . . infatti sembra, dagli esperimenti, che le forze tangenziali varino in modo prossimo al quadrato della velocità quando questa non è molto piccola . . .”.

I soli modi che Stokes poteva trovare per riconciliare teoria e risultati sperimentali fu di ammettere che l'acqua in contatto con le pareti del condotto non dovesse avere necessariamente velocità nulla:

“Ho detto che quando la velocità non è molto piccola la forza tangenziale, chiamata in azione dallo scorrere dell'acqua sulla superficie interna dei tubi, varia approssimativamente con il quadrato della velocità. Questo fatto sembra ammettere una naturale spiegazione quando una corrente di acqua fluisce contro un ostacolo, che produce una resistenza che varia con il quadrato della velocità. Ora, anche se la superficie interna del tubo è liscia, noi possiamo supporre che esistano piccole irregolarità, formando così tanti ostacoli alla corrente. Ogni piccola protuberanza esprimerà una resistenza vicina al quadrato della velocità; da questo risulterà un'azione tangenziale della superficie del tubo, che varierà all'incirca con il quadrato della velocità e la stessa sarà vera dell'uguale ed opposta reazione del tubo sul fluido. Le forze tangenziali dovute a questa causa saranno combinate con quelle con le quali il fluido chiude il tubo è mantenuto in quiete quando la velocità è sufficientemente piccola Sebbene la perdita di carico di un liquido attraverso un lungo tubo diritto od un canale, sotto date circostanze, non possa essere calcolata senza conoscere le condizioni che sono soddisfatte alla superficie di contatto tra fluido e solido, è anche vero che si sta certo andando verso la soluzione di questo problema.”

Stokes seguì la strada di assumere un arbitrario valore di scorrevolezza della parete, assegnando una resistenza che fosse funzione di tale valore, aumentando poi, secondo una distribuzione parabolica, la velocità e, proporzionalmente, la corrispondente velocità alla parete.

Egli così presunse, in effetti, che le condizioni alla parete non avessero influenza sul meccanismo interno della resistenza; il suo risultato, quindi, divenne corretto soltanto per le condizioni di scorrimento nullo. Nel suo scritto del 1851 *“Sull'effetto dell'attrito interno dei fluidi sul moto dei pendoli.”*, tuttavia diede modo di credere nella possibilità di un moto relativo tra contorno e fluido.

Nel caso delle due seguenti analisi egli applicò le funzioni di corrente di Lagrange per il moto bidimensionale di correnti viscoso, non uniformi, con simmetria assiale.

È interessante il fatto che, da tali studi, Stokes giunse ad ottenere l'espressione della velocità con la quale un corpo, più pesante dell'acqua e di forma prossima alla sfera con raggio r , scende verso il fondo:

$$v = \frac{2g}{9\mu} \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot r^2$$

che è conosciuta ancor oggi come la *Legge di Stokes*, nella quale:

- μ è la viscosità dinamica del corpo;
- ρ_s è la densità dell'oggetto;
- ρ è la densità del fluido;
- r il raggio medio del corpo.

La Legge di Stokes è molto importante in tutti gli studi che tendono ad eliminare, nelle correnti, i *solidi sedimentabili*, perché consente di calcolare in quanto spazio, percorso dal flusso nel quale sono immersi, essi raggiungono il fondo dell'álveo, problema principale del dimensionamento dei *Sedimentatori*, indispensabili, per esempio, negli impianti di depurazione delle acque di scarico.

Stokes inoltre seguì la consuetudine degli idraulici di dedicarsi al moto d'onda; producendo un lavoro del 1847 "*Sulla teoria dell'oscillazione delle onde*", nel quale non soltanto rivisitò l'analisi di Gerstner (citato nel Capitolo 13) sulle onde in acqua profonda in condizione di flusso non rotazionale, ma incluse uno studio sulle onde all'interfaccia tra fluidi di differenti densità.

Tuttavia il più esteso trattamento delle onde di quel periodo fu di un compatriota di Stokes, Sir Gorge Biddle Airy (Alnwick, Northumberland 1801- Greenwich 1892), professore Lucasiano di Matematica a Cambridge, dove divenne direttore del locale Osservatorio, per passare, poi, a ricoprire lo stesso incarico all'Osservatorio di Greenwich, dal 1836 al 1881, che divenne, sotto la sua direzione, un centro di ricerche non solo astronomiche, ma di Geodesia, Geomagnetismo e Meteorologia.

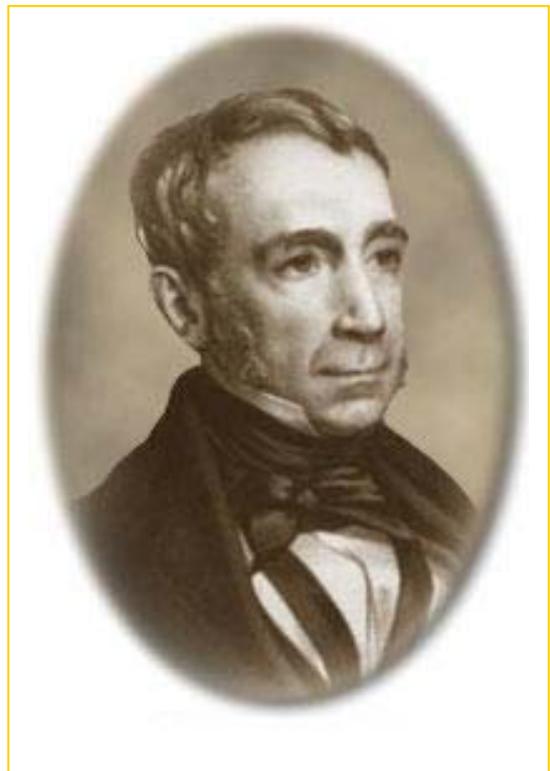
Per primo Airy ipotizzò, nel 1855, l'*Isostasia* della crosta terrestre, dandone l'interpretazione che, perfezionata da W.A. Heiskanen nel 1930, è oggi la *Teoria di Airy-Heiskanen*, che spiega le anomalie del campo gravitazionale. Airy, per primo, ipotizzò che la Terra non fosse costituita da materia omogénea, ma da masse di differente densità, in grado di spostarsi nel corpo del pianeta; con tale ipotesi, l'inglese diede ragione di alcuni anomali comportamenti del péndolo, in prossimità dei rilievi montuosi (già osservati da Leonardo da Vinci) ed al fatto che la gravità, rispetto all'andamento dovuto alla forma ad ellissoide del globo, mostrasse valori minori nelle aree montuose e maggiori sugli oceani.

Airy inoltre dimostrò la non uniformità del moto di Venere e della stessa Terra; di quest'ultima riuscì a misurarne la massa e la variazione dell'accelerazione di gravità usando un pendolo astronomico posto in profondi pozzi di miniera; condusse anche analisi sull'effetto del sole e della luna sulle maree terrestri.

La sua ultima ricerca fu dedicata al tentativo di trovare la teoria generale del moto d'onda, che rese pubblica nell'articolo "*Maree ed onde*". Qui non solo revisionò criticamente i lavori teorici di Newton e di Cauchy e gli studi sperimentali di Weber e di Russell, ma procedette a formulare una solida impostazione di Idrodinamica per la Meccanica delle onde, in acque non profonde, di piccola ampiezza e sotto variabili condizioni al contorno.

La sua ultima ricerca fu dedicata al tentativo di trovare la teoria generale del moto d'onda, che rese pubblica nell'articolo "*Maree ed onde*". Qui non solo revisionò criticamente i lavori teorici di Newton e di Cauchy e gli studi sperimentali di Weber e di Russell, ma procedette a formulare una solida impostazione di Idrodinamica per la Meccanica delle onde, in acque non profonde, di piccola ampiezza e sotto variabili condizioni al contorno.

Ad Airy l'Idraulica mondiale deve questa elementare relazione:



$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tan \frac{2\pi y}{\lambda}}$$

. . . tra l'effetto della profondità y , la lunghezza dell'onda λ e la sua celerità c .

Airy giunse alla conclusione che la *Grande Onda Primaria di Traslazione*, teorizzata da John Scott-Russell quale esito dello spostamento di massa dovuto all'avanzamento della chiglia di ogni natante, non fosse né grande né primaria, ma semplicemente un tipo di onda, mai riprodotto negli esperimenti. Infatti, attraverso un semplificato trattamento delle onde lunghe di ampiezza finita, Airy dimostrò che la variazione nella celerità con la profondità avrebbe generalmente causato un continuo cambiamento del profilo con il tempo e quindi non avrebbe potuto esistere un'onda stabile di semplice traslazione di massa.

Mentre Stokes stava contribuendo allo sviluppo dell'Idrodinamica, due fisici tedeschi stavano cominciando ad applicare la potenza dello strumento matematico della *Conforme Trasformazione* (originalmente dovuta a Lagrange, grandemente sviluppata da Cauchy e poi largamente accresciuta in Germania per mano di Riemann, Christoffel e Schwartz) allo studio del *Moto Irrotazionale* in due dimensioni; tipo di moto, teòrico, nel quale si ipotizza che ciascuna particella, che compone il fluido, non subisca movimenti di rotazione nonostante il flusso; è una condizione che si può immaginare soltanto nei cosiddetti fluidi perfetti, ma utile per giungere a corrette interpretazioni matematiche.

Il primo: Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (Potsdam 1821- Charlottenburg 1894). Nativo di Potsdam, conseguita la laurea in Medicina nel 1842, con una tesi sul sistema nervoso degli invertebrati, insegnò Fisiologia a Königsberg, a Bonn, ad Heidelberg; poi ricevette l'incarico all'Università di Berlino come professore di Fisica, materia alla quale si era definitivamente rivolto, e, contemporaneamente, fu anche Direttore dell'Istituto fisico-tecnico a Charlottenburg.



L'evoluzione della carriera di Helmholtz nell'insegnamento seguì il mutare dei propri studi; inizialmente si dedicò alla Fisiologia, analizzando, tra l'altro, il rapporto tra lavoro muscolare e calore corporeo. Questi studi lo portarono ad interessarsi di Fisica, conducendo analisi teoriche sulle forze, pubblicati, nel 1847, nel testo "*Über die Erhaltung der Kraft*.", opera che contiene la prima rigorosa esposizione fisico-matematica del principio di conservazione dell'energia.

Lo scienziato tedesco condusse ricerche fisico-fisiologiche, rivelatesi poi fondamentali, sulla percezione visiva ed acustica, alle quali deve la sua maggior fama, utilizzando strumenti da lui stesso inventati, come l'oftalmoscopio; raccolse queste sue ricerche nell'opera "*Handbuch der physiologischen Optik*", del 1856, dove formulò la teoria (poi detta *Teoria di Young-Helmholtz*) secondo la quale le sensazioni cromatiche possono essere ricondotte alla combinazione di tre colori

elementari: rosso, verde, violetto, ciascuno dei quali in grado di stimolare tre differenti tipi di ricettori.

Il particolare interesse di Helmutz nel campo dell'Idrodinamica fu l'analisi del moto dei vortici, ma nel suo testo "*Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen*" nel Berliner Monatsberichte, del 1868, egli focalizzò l'attenzione inizialmente sullo studio della superficie libera tra fluidi di differente densità.

Fu però la sua corretta analisi del flusso che si formava da un orifizio con tubo aggiuntivo (il *Tubo di Borda*, che abbiamo già visto) che lo portò a produrre una serie di lavori sulle linee di flusso che costituiscono tutt'oggi un riferimento essenziale.

Il secondo scienziato tedesco è Gustav Robert Kirchoff (Königsberg 1824 - Berlino 1887). Nato a Königsberg, divenne professore straordinario di Fisica all'Università di Breslau, poi, nel 1854, in quella di Heidelberg ed infine a Berlino.

Fu particolarmente attivo nella ricerca nei campi della Fisica e dell'Elettrologia, elaborando principi sui circuiti elettrici comunque complessi (*Leggi e Principi di Kirchoff*); è considerato uno dei fondatori della Spettroscopia; di lui ricordiamo la costruzione, assieme a R. W. Bunsen, di uno spettroscopio che permetteva di riconoscere gli elementi chimici analizzando la luce dagli stessi emessa o assorbita.

Tra i risultati pratici di questi studi annoveriamo la scoperta di due nuovi elementi: il Cesio ed il Rubidio. Attraverso l'analisi spettroscopica, Kirchoff dimostrò che si poteva risolvere il problema, da tutti ritenuto irrisolvibile, dell'analisi della composizione delle stelle.

Questo grande scienziato tedesco condusse anche studi di Termodinamica, in particolare sul fenomeno dell'irraggiamento (emissione ed assorbimento della radiazione termica).

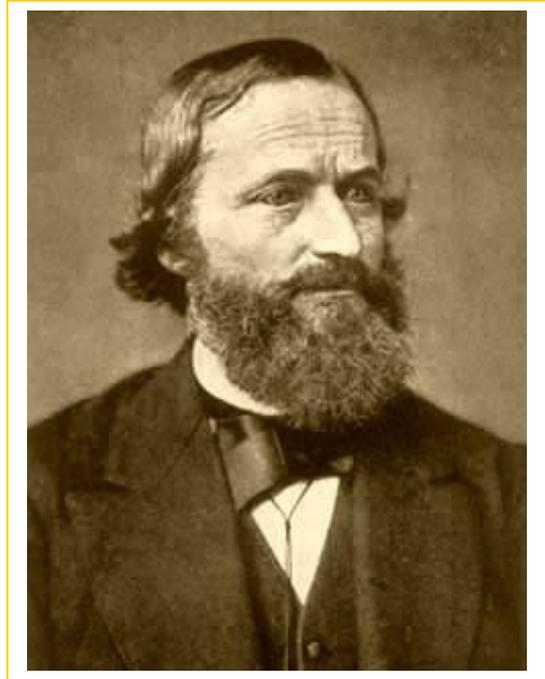
Nel campo dell'Idrodinamica, Kirchoff, che già prima del 1845 aveva condotto osservazioni sui percorsi del flusso, fu rapido ad estendere l'analisi di Helmutz al caso del getto da una fenditura con un contorno piano ed al flusso che si separava incontrando un profilo affusolato, il cosiddetto '*Piatto immerso*'.

Il suo documento "*Zur Theorie freier Flüssigkeitsstrahlen*", apparso sul *Crelle's Journal*, nel 1869, contiene l'equazione del profilo del getto, il coefficiente di contrazione $\pi(\pi + 2) = 0,611$ ed il coefficiente di resistenza di 0,88 per il piatto immerso.

Il coefficiente di contrazione, definito da Kirchoff, rimane il limite teorico per la fenditura, per l'orifizio circolare, per la paratoia e per gli stramazzi a soglia sottile.

Il coefficiente di resistenza, a causa della mancanza di accordo tra le condizioni assunte ed i reali stati del moto nel quale non c'è una discontinuità della densità, ebbe una valutazione di fatto errata, ma il metodo di Kirchoff portò a fornire un punto di partenza per gli studi sulla *Cavitazione*, fenomeno che si manifesta laddove il flusso crea zone dove la pressione diminuisce, anche a valori prossimi al vuoto assoluto, con gravi danni alle superfici esposte quali, ad esempio, le eliche delle navi progettate senza valutare tale effetto.

Il ruolo della *Cavitazione* nel provocare una superficie in depressione a valori minori di quello atmosferico fu discusso per la prima volta da Helmutz in un documento del 1868.



Giungiamo ora ad una figura che fu assai importante per il progresso dell'Idraulica: Valentin-Joseph Boussinesq (Saint André de Sangonis 1842-Parigi 1929).

Professore, dal 1886, alla Sorbona di Parigi, Boussinesq si occupò di studi statistici in Idraulica ed in Idrodinamica, di elasticità e di trasmissione del calore. Nato in una famiglia di agricoltori, a S. André de Saugonis, Boussinesq completò l'educazione superiore a Montpellier mentre già insegnava al liceo. In questo periodo alla sua ufficiale occupazione di insegnante in varie scuole secondarie, affiancò una rigorosa attività di ricerca analitica, nella quale utilizzò le sue notevoli conoscenze in Matematica per condurre studi sui fenomeni fisici.



Durante il 1867 egli vinse il dottorato presso la facoltà di Scienze di Parigi, presentando, per errore, due dissertazioni, una sul calore ed una sulla luce.

Come insegnante era pressoché mediocre, per una combinazione di naturale indisposizione, mancanza di passione all'insegnamento, poco tempo disponibile; i continui cambiamenti di incarico, inframmezzati a periodi senza entrata alcuna, lo ponevano in precarie condizioni economiche. Soltanto nel 1873, il suo amico de Saint Venant riuscì a fargli assegnare una cattedra a Lille. Boussinesq continuò a prediligere lo studio, scrivendo numerose memorie sull'elasticità, sulla Meccanica delle terre, sulla

Termodinamica, sull'Idrodinamica e sull'Idraulica.

Subito dopo la morte di Saint Venant, Boussinesq fu eletto all'Accademia delle Scienze.

Nominato professore alla Sorbona nel 1886, mantenne la Cattedra sino al 1896.

Professore assolutamente originale, egli condusse l'ultimo trentennio della sua vita ritirandosi da ogni contatto verso l'esterno; ogni giorno, alle tre del mattino, si presentava alla biblioteca dell'Università, aperta appositamente per lui, e lì si tratteneva sino all'ora di chiusura.

Il suo interesse non si limitò alle materie matematico-fisiche; si occupò anche di Filosofia e di Metafisica, nello sforzo di conciliare, come tentò Descartes, il determinismo e la libertà delle scelte di vita, cercando di dare all'ordine matematico la possibilità di descrivere ogni aspetto della vita stessa. Teneva molto al proprio *Principio di Semplicità*, secondo il quale la verità deve trovarsi nella direzione che porti ad una unificazione delle teorie in una forma che tenda a rendersi sempre più semplice; con ciò aborrisce la crescente complicazione che, in ogni campo, caratterizzava la ricerca e lo sviluppo dell'inizio del XX secolo; per questo ne fuggiva, rifugiandosi nei suoi studi.

Delle cinquanta e più pubblicazioni di Boussinesq, la sua opera di 700 pagine "*Essai sur la théorie des courantes*.", presentata all'Accademia delle Scienze nel 1872, rimane un documento prestigioso nella letteratura idraulica; molti degli originali contributi in esso contenuti erano già stati pubblicati, da Boussinesq, in date precedenti, ma in questo lavoro essi sono inseriti integralmente in un trattato completo e sistematico, affrontando, in particolare, l'Idraulica delle tubazioni e dei canali a pelo libero.

La prima parte del libro inizia con la seguente dichiarazione:

"I fluidi si muovono in due differenti maniere a seconda che il flusso avvenga in tubazioni molto strette, oppure in condotte o canali di grande sezione. Nel primo caso, i loro movimenti sono continui e le velocità sono ovunque gradualmente variate, ad ogni istante, da un punto del fluido ai punti vicini; le ben note formule, date da Navier, per rappresentare questi movimenti, bene ne esprimono il moto, con tutte le approssimazioni desiderate, a condizione che si assuma la velocità nulla nello strato a contatto con la parete; il coefficiente di attrito che si sviluppa da tali regolari movimenti è estremamente piccolo; ma se questa considerazione fosse

sostenibile nelle tubazioni a grande diametro o nei canali a pelo libero, i filetti fluidi della corrente acquisterebbero, man mano che ci si avvicina alla parete, velocità di grandissima differenza. È quindi necessario, se si desidera che l'Idraulica continui ad esistere, sciogliere un enigma, presente nelle parole di de Saint Venant, apparentemente irrisolvibile, sulla stima delle vere velocità all'interno di un fluido corrente con velocità non minime, oppure nel caso di brusche variazioni da un punto ad un altro, ovvero capace di produrre attrito con un valore di maggior ordine di grandezza rispetto a quello del caso di tubazioni piccolissime. Per determinare i valori medi su un determinato piccolo elemento della corrente, non solo si devono conoscere le velocità medie locali intorno all'elemento, o piuttosto le relative derivate di primo ordine, per mezzo della misura dello sforzo medio di trascinamento degli strati liquidi, ma deve essere anche determinata l'intensità dell'agitazione dei vortici, che può prevalere nella conservazione dell'energia. Per investigare, conseguentemente, le cause dell'agitazione dei vortici nei vari punti di una sezione ed il fatto che il coefficiente d'attrito vari con queste cause, così come per determinare l'equazione del moto, non si devono soltanto considerare le relazioni che esprimono, in un dato momento, l'equilibrio dinamico dei diversi volumi elementari del fluido, ma anche i valori medi di queste relazioni durante un tempo adeguatamente breve . . .”

Boussinesq poi procedette a derivare le stesse equazioni di base del moto, come altri avevano fatto prima di lui, ma considerò, in modo originale, che il coefficiente di attrito potesse essere espresso come una funzione dello stato del flusso:

“Queste espressioni sono isotropiche e non differiscono da quelle che Navier produsse per rappresentare lo sviluppo dell'attrito in movimenti continui, eccetto che il coefficiente ε , dipendente, in ogni punto, non soltanto dalla temperatura e forse dalla pressione ma anche e soprattutto dall'intensità media dell'agitazione prodotta localmente. Gli esperimenti di Du Buat e di Darcy hanno mostrato che ε non varia sensibilmente in funzione della pressione, cosa apparentemente naturale quando si pensa che la pressione può influire sulla densità del fluido, riducendo la reciproca distanza tra le molecole, senza causare l'aumento della loro resistenza al trascinamento relativo. Il contrario è, invece, vero per due solidi, più o meno coperti da asperità, pei quali lo spazio delle superfici contigue cambia grandemente con la pressione normale che li mantiene in contatto. Ma se il coefficiente ε dell'attrito interno è essenzialmente invariabile quando la pressione cambia, dall'altro lato esso dipende enormemente dalla agitazione media che si verifica nel punto considerato. Questa agitazione muove, in effetti, dal generale moto di traslazione, ma . . . diventa così una sorgente di resistenza, passiva incomparabilmente più grande dell'attrito sviluppato nel moto continuo. Si evidenzia, infatti, che il coefficiente è prossimo a zero nel punto dove la locale agitazione è nulla, ma cresce in proporzione all'agitazione stessa e dipende da tutte le cause che possono causare tale turbolenza.”

A causa della mancanza di dati sperimentali, Boussinesq fu portato ad accettare valori presunti sulla variazione di ε , considerandolo, giustamente, proporzionale al raggio idraulico, alla velocità vicina al contorno ed al peso specifico del fluido, ma, erroneamente, considerò che il coefficiente ε fosse essenzialmente costante con la profondità, nel caso di canali molto larghi, ma inversamente proporzionale alla distanza dall'asse del tubo, nel caso delle condutture.

Una volta così formulato ε , tuttavia, le equazioni del moto divennero integrabili in termini di caratteristiche sezionali e coefficienti sperimentali. Nella seconda edizione del suo libro, Boussinesq integrò queste equazioni per il caso di cambiamenti molto lenti nella sezione trasversale, che portarono in particolare alla seguente equazione del flusso gradualmente variato in canali a pelo libero:

$$S = \frac{C^2}{V^2} R + (1 + \eta + \theta) \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right)$$

Questa equazione differisce da quella di Coriolis, in virtù della sua derivazione, che rappresentava fondamentalmente una quantità di moto piuttosto che una relazione di energia. Come risulta, il coefficiente α di Coriolis, per l'energia cinética del flusso, fu rimpiazzato dal coefficiente, di minor valore, della quantità di moto (indicato oggi con il simbolo β):

$$1 + \eta = \int \frac{V^2 dA}{V^2 A}$$

Tuttavia, questa riduzione fu più che bilanciata dal fattore θ , che rappresentava il cambiamento della sezione trasversale. Il residuo termine per la resistenza al contorno poteva essere valutato dalle esistenti formule del moto uniforme.

Il risultato fu una formulazione, considerevolmente più rigorosa di quella di Coriolis, ma ancora dipendente dalle impostazioni di Boussinesq – solo parzialmente corrette – come per la variazione di ε . Per le condizioni assunte egli mostrò che $\alpha \approx 1+3\eta$ e che $1+\eta+\theta$ variava tra 1,08 nelle sezioni rettangolari a 1,14 per le sezioni circolari – valori così vicini che l'errore era non importante.

Boussinesq poi estese la sua equazione per correnti gradualmente variate ad includere, come prima approssimazione, gli effetti della curvatura in zone di più rapida variazione, in tal modo mostrando che, nelle vicinanze della profondità critica, una forma ondulata della superficie libera doveva necessariamente essere stabilizzata. Questo lo portò a designare una classe intermedia tra i fiumi ed i torrenti di Saint Venant: i canali; nei quali l'effetto della curvilinearità non poteva essere ignorato. La terza sezione del libro entra in maggior dettaglio nei vari aspetti delle onde nei canali a pelo libero. Per il caso di acqua in quiete, Boussinesq sviluppò la formula generale della celerità:

$$c = \sqrt{gh} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{\Delta h}{h} + \frac{h^2}{6\Delta h} \frac{d^2 \Delta h}{dx^2} \right)$$

Ottenendo una raffigurazione dell'approssimazione di Airy, con l'idea di includere l'effetto della curvatura della superficie; in tal modo poté dimostrare che i vari elementi di un'onda data potevano propagarsi con la medesima *Celerità*, a condizione che il profilo si configurasse, prima dell'onda, in forma di moto permanente.

Dopo aver valutato lo spostamento del centro di gravità di un'onda ed aver dimostrato che la sua energia cinética era scomponibile in una metà cinética ed una metà potenziale, Boussinesq determinò il profilo di un'onda stabile isolata, indagando gli effetti che su di questo produce la pendenza del canale, ed espresse la formula per disegnare le traiettorie; procedette poi ad esaminare il caso del moto delle onde in acqua corrente, determinando l'effetto della distribuzione sia delle celerità che della stabilità dell'onda; nel caso di onde lunghe, inoltre, aggiunse l'analisi degli effetti delle condizioni al contorno, ivi compresa la resistenza allo stesso moto.

La quarta parte del libro di Boussinesq consiste in tre notazioni supplementari: una sugli orifizi e sugli stramazzi; la seconda sulle condotte e sulle curve dei canali; la terza sugli effetti della capillarità. Questi tre passi sono forse i meno eclatanti dell'intera òpera, perché i risultati non raggiungono il medesimo rigore ottenuto da Kirchoff (le cui teorie sulle correnti a pelo libero non furono accettate da Boussinesq), ma non furono neppure assai distanti dai casi realmente osservati, come invece avveniva negli studi di molti idraulici sperimentali.

Però, in un'appendice che riporta una serie di note chiarificatrici, Boussinesq incluse un trattato, di notevole fattura, sugli effetti della forma della sezione trasversale di una tubazione sul valore della resistenza al moto; in questo incluse una rigorosa analisi Idrodinamica del *Moto Laminare* (ovvero: flusso non turbolento) nei tubi a sezione circolare, quadrata e triangolare.

Il lavoro di Boussinesq non fu soltanto straordinariamente completo per il suo tempo, ma segnò l'inizio della nuova epoca del consolidamento della conoscenza nelle materie dell'Idraulica; ancor oggi, infatti, il suo trattato è necessario per quanti vogliano condurre analisi, anche più approfondite, sugli stessi temi.

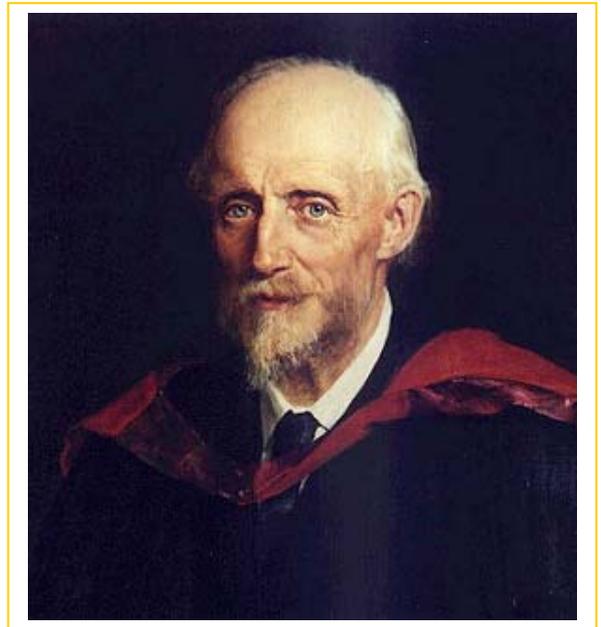
Il trattato di Boussinesq, di fatto, non si presta ad una lettura per diletto, ed è sconsigliabile a chi, volesse, anche se 'del mestiere', accostarlo per un proprio desiderio di comprendere l'intero quadro da lui costruito. A dispetto del suo *Principio di Semplicità*, Boussinesq non si poté sottrarre alla complicazione di molte delle sue analisi, dimostrando egli stesso l'utopia di tale idea. Il libro resta comunque un riferimento ancora valido per chi volesse approfondire particolari aspetti dei fenomeni in esso affrontati.

Nato nello stesso anno di Boussinesq, Osborne Reynolds (Belfast 1842- Wotton Bassett 1912) differiva grandemente dal collega francese anche negli stessi studi che i due condussero indipendentemente. Mentre Boussinesq avvicinò l'Idraulica dal punto di vista teorico, Reynolds analizzò ogni aspetto con la prospettiva dell'ingegnere, come testimoniano i suoi esperimenti con i modelli delle maree dei quali abbiamo già detto. Paradossalmente, tuttavia, il maggior contributo di Boussinesq è da ricomprendersi negli aspetti dell'Idraulica, mentre Reynolds deve essere annoverato tra coloro che contribuirono allo sviluppo dell'Idrodinamica.

Reynolds veniva dalla famiglia di un pastore anglicano di Belfast e dopo una prima esperienza di officina, studiò Matematica a Cambridge, dove si laureò con lode. Nel 1868 fu nominato alla nuova cattedra di Ingegneria (che era allora la seconda di tale tipo in Inghilterra) nell'*Owens College*, che più tardi divenne la *Victoria University*, a Manchester. Qui egli organizzò un corso di tre anni di letture per tutti gli studenti di Ingegneria, senza riguardo al loro campo di specializzazione. Il suo metodo di lettura fu ben lontano dall'ortodossia e non particolarmente facile da seguire; tutti i suoi studenti lo trovarono però decisamente stimolante.

Non avendo a disposizione un laboratorio, Reynolds inizialmente ne attrezzò uno 'di fortuna' nella sua casa; ottenne poi dall'Università di poterne realizzare uno al College e lì condusse un'ampia varietà di studi. Il suo interesse fu molteplice; la sua produzione altrettanto, sia come scrittore sia come sperimentatore; compose infatti più di settanta lavori, tutti caratterizzati non solo dal rigore scientifico ma da un'esposizione intrigante; possiamo dire che Reynolds, a differenza di Boussinesq, sia stato un miglior comunicatore, individuando forse quella via di mezzo tra l'aspirazione di semplicità del francese e l'oggettiva complicazione delle interpretazioni dei fenomeni idraulici.

Reynolds esplorò vaste parti della Fisica e dell'Ingegneria: da un lato, infatti, si applicò a temi di Meccanica, Termodinamica, Elettrologia, dall'altro studiò questioni legate alla navigazione, alla propulsione ad elica, all'attrito volvente ed alle prestazioni dei motori a vapore, e non solo.



Nonostante la particolare attenzione all'Idrodinamica, Reynolds deve essere ricordato per aver enunciato una nuova e valida teoria sulla lubrificazione degli organi meccanici in movimento e per il perfezionamento del freno idraulico. Nel 1877 fu eletto "Fellow", e rimase attivo a Manchester sino al suo ritiro per motivi di salute nel 1905.

Per quanto riguarda l'Idraulica, Reynolds fu il primo a dimostrare il fenomeno della *Cavitazione* e ad attribuirne il rumore al collasso delle bolle di acqua vaporizzata, a causa della locale riduzione della pressione a valori inferiori alla tensione di vapore dell'acqua, ". . . quasi come in una pentola che inizia a bollire . . ."; lo scienziato irlandese fu anche il primo a correlare le scale di riduzione del tempo e della lunghezza nello studio con modelli a scala, ridotta ma non omogenea, cioè deformati nelle proporzioni; il primo che introdusse la viscosità nei parametri che fissano il limite tra i moti turbolento e laminare.

Sebbene Hagen avesse certo preceduto Reynolds nel dimostrare l'esistenza di entrambi questi tipi di moto, fu il suo ultimo scritto "*Una ricerca sperimentale delle circostanze che determinano se il Moto dell'Acqua potrà essere rettilineo o sinuoso, e della legge di resistenza in Canali paralleli*", del 1883,, che contiene la formulazione dei parametri che ora portano il suo nome.

Scrive Reynolds:

"Le equazioni del moto erano state oggetto di un così accurato studio, in particolare da parte del prof. Stokes, che c'erano poche possibilità di scoprire qualcosa di nuovo o di trovare in esse qualcosa di imperfetto. Mi sembrò possibile, tuttavia, che potessero contenere aspetti ancora degni d'essere indagati in ordine alla dipendenza delle caratteristiche del moto in relazione alle proprietà dimensionali ed alle circostanze esterne. Trovai questa relazione, in via definitiva, senza neppure ricorrere all'uso del calcolo integrale. Se il moto è supposto dipendere da un singolo parametro di velocità U , che assumiamo essere la velocità media lungo il condotto, e da un parametro singolo c , che è la misura del raggio del condotto stesso, allora, eliminata come è usuale l'effetto della pressione, le accelerazioni possono essere espresse in due distinti termini; uno dei quali è

$$\frac{U^2}{c^3}$$

e l'altro

$$U \frac{\mu}{\rho c^4}$$

Cosicché i valori relativi di questi termini variano rispettivamente in proporzione alla velocità U ed al fattore $\frac{\mu}{\rho c}$

Questa è la definitiva relazione nell'esatta forma nella quale la stavamo cercando. Naturalmente, senza eseguire alcuna integrazione, le espressioni danno solo la relazione senza mostrare in qual modo il movimento dipenda da essa.

Sembrò, tuttavia, certo che se i vortici erano dovuti ad una particolare causa, quella integrazione avrebbe mostrato che l'insorgere dei vortici dipendesse dai valori definiti dall'espressione:

$$\frac{c\rho\mu}{U}$$

In séguito, Reynolds riuscì a dimostrare sperimentalmente che la velocità alla quale iniziava il moto dei vortici (cioè si passava dal moto Laminare al Turbolento) variava in funzione

del diametro della condotta e delle caratteristiche del fluido; lo scienziato irlandese fu così in grado di elaborare il parametro che fissa questo limite e che, nella terminologia idraulica, assumerà il nome di *Numero di Reynolds*.

Al momento della sua formulazione, però, lo scienziato irlandese non dedicò grande interesse al significato, all'utilità ed alla quantificazione di questo parametro; si limitò ad affermare, in modo apparentemente casuale, che esso esprimeva il limite tra due condizioni di moto che chiamò '*condizioni critiche superiori ed inferiori*'. Furono, in séguito, alcuni esperimenti che indussero Reynolds a studiare le variazioni della resistenza, con particolare attenzione all'intorno dei valori, assunti dal parametro, che segnavano l'inizio dell'instabilità del flusso.

Sebbene Reynolds, in un successivo documento, stabilì che il parametro

$$\rho \cdot DU_m / \mu$$

fosse dell'ordine di grandezza di $1,4 \times 10^3$, che poi ricalcolò a 1,9 e poi a 2,0, per definire la linea di demarcazione tra il moto Laminare ed il moto Turbolento, mai associò questo parametro al fenomeno della resistenza al moto.

Il *Numero di Reynolds* è indubbiamente il contributo più prezioso nell'analisi del moto dei fluidi, in particolare in aerodinamica, dove lo studio dei limiti di turbolenza è particolarmente importante.

Lo scienziato irlandese lo usò, per la prima volta, nella formula di Navier-Stokes per elaborare, nel 1886, la *Teoria della Lubrificazione*, che si occupa di interpretare le caratteristiche del liquido lubrificante interposto tra i meccanismi da lubrificare, il cosiddetto *film di olio*; analizzando la distribuzione della velocità e delle pressioni, sia nel caso di scorrimento tra piani sia nel caso del rotolamento dei cuscinetti a sfera, Reynolds ottenne risultati in perfetto accordo con le misure ed i dati disponibili.

Poi nel suo scritto, del 1894, "*Sulla teoria dinamica dei fluidi viscosi incomprimibili e sulle determinazioni dei criteri.*" egli estese le equazioni di base al caso del moto turbolento attraverso l'analogia con la teoria cinetica dei gas.

In quest'opera Reynolds attribuisce alla turbolenza l'effetto di smaltire parte dell'eccesso di energia cinética in calore, individuando un'equazione che esprime tale dissipazione di energia in tutto simile a quella generale della conversione in calore dell'energia. Disponendo così dello strumento per stimare quando il moto Turbolento, dissipando calore, si sostituisce al moto Laminare e quando la dissipa, Reynolds cercò di utilizzare il bilancio energetico tra guadagno e perdita per determinare il parametro che indichi il punto di transizione tra i due moti.

Questo parametro, così derivato, era evidentemente lo stesso (che fu poi chiamato *Numero di Reynolds*) che aveva precedentemente formulato partendo dalle sole considerazioni dimensionali, ma a quel punto lo scienziato irlandese fu in grado di determinare per esso un valore minimo, al di sotto del quale la turbolenza non può persistere.

Nonostante questo importante significato, ancora una volta Reynolds non proseguì nella ricerca, raccogliendone i grandi frutti ormai pronti, ma si limitò a considerazioni termodinamiche che permettevano di esprimere la variazione della temperatura nel flusso, oggi chiamati *Numeri di Karman*.

Reynolds, in definitiva, non ebbe mai la giusta consapevolezza della grande importanza del traguardo che raggiunse definendo il parametro che consentiva di predire l'inizio della turbolenza.

Il suo ultimo contributo, tuttavia, fu la derivazione delle equazioni del moto – ora conosciute come le *Equazioni di Reynolds* – per il flusso turbolento. Sotto condizioni nelle quali gli sforzi impediscono l'aumento del moto primario (cioè ad alti numeri di Reynolds) i termini di Saint

Venant diventano esprimibili (come lo stesso Saint Venant aveva vagamente intuito) in termini di velocità secondarie.

$$2\varepsilon \cdot \frac{du}{dx} = -\rho \cdot u'^2 \quad \text{e} \quad \varepsilon \left(\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \right) = -\rho u' v'$$

Reynolds così compì in un modo rigoroso ciò che Boussinesq aveva cercato di fare attraverso la valutazione approssimata del coefficiente di Saint Venant. Per scarsità di una soluzione completa del problema della turbolenza, entrambi i metodi di approccio continuano ad essere usati: quello di Boussinesq, nei problemi connessi alla distribuzione della velocità media, e quello di Reynolds nell'analizzare in sé stesso il meccanismo della turbolenza.

Contemporanei di Reynolds, tre Inglesi meritano la citazione in questo Capitolo sull'Idrodinamica del 19° secolo.

Il primo fu William Thomson (Belfast 1824- Netherhall 1907), nativo di Belfast, Irlanda; il secondo fu John William Strutt, barone di Rayleigh (Langford Grove 1842- Witham 1919) nato nell'Essex e divenuto meglio noto sotto il titolo ereditato di lord Rayleigh; il terzo fu Horace Lamb (Stockport 1849-1934), originario di Stockport, che, grazie alle sue scoperte, ottenne la nomina a Cavaliere.

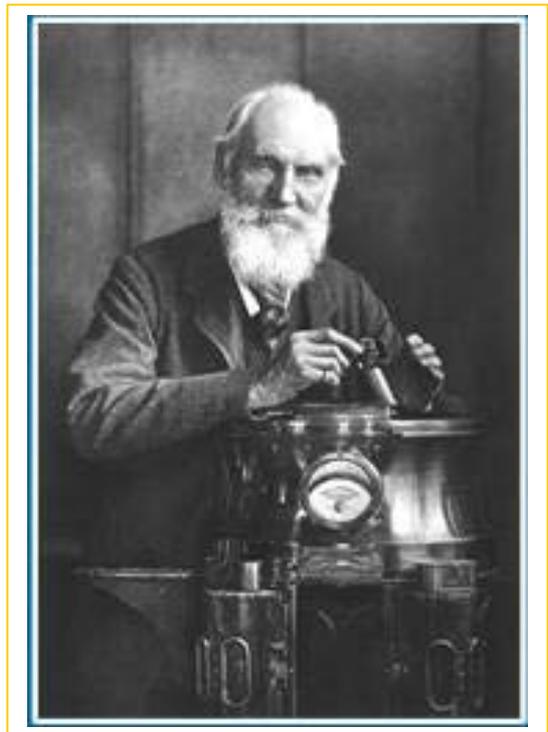
Tutti studiavano all'Università di Cambridge e tutti contribuirono grandemente all'Idrodinamica nella tradizione di Euler, Lagrange, Laplace, Stokes, Helmholtz e Kirchhoff. La loro influenza sulla storia dell'Idraulica fu, così, quasi indiretta ma non per questo meno importante.

William Thomson barone di Kelvin, figlio di un professore di Matematica, ottenne, appena ventiduenne, la cattedra di Fisica all'Università di Glasgow, dove rimase per cinquantatré anni, durante i quali, tra le tante iniziative, istituì il primo laboratorio britannico per le ricerche di elettrodinamica. Nel 1890 fu eletto Presidente della *Royal Society* e nel 1892 fu nominato *Pari d'Inghilterra* con il titolo di barone di Kelvin.

I suoi più grandi contributi sono relativi al campo della Termodinamica, definendo la scala assoluta di temperatura, detta oggi scala Kelvin i cui gradi si indicano con 'K°'.

Nel 1851 questo scienziato britannico pubblicò una memoria sulla teoria dinamica del calore e sulla dissipazione dell'energia, dove è contenuta la prima enunciazione del *Secondo principio della Termodinamica*.

Il Lord Kelvin si occupò anche di problemi pratici, ideando, tra tante innovazioni, nuovi tipi di cavi telegrafici sottomarini. I molti dispositivi da lui brevettati gli fruttarono notevoli successi anche economici, oltre a riconoscimenti pubblici. I suoi trecento documenti e testi scientifici coprono praticamente ogni aspetto della Fisica e della Matematica; ma non meno importante fu il suo lavoro nel campo dell'Idrodinamica. Sviluppò infatti l'analisi del flusso irrotazionale, il moto dei vortici, il fenomeno delle maree, le onde nei canali a pelo libero, le onde generate dalle navi e le onde capillari. Fu lui che per primo espresse le



condizioni di *Minima Celerità* per le onde su una superficie sotto l'azione gravitazionale e – alcuni anni dopo Reynolds – per primo investigò analiticamente l'instabilità del flusso di un fluido viscoso; in particolare, fu Kelvin che, nel 1887, introdusse la parola '*turbolenza*' per indicare lo stato del moto fluido oltre il valore critico del *Numero di Reynolds*.

John William Strutt, barone di Rayleigh, successe a J.C. Maxwell alla cattedra di Fisica sperimentale all'Università di Cambridge nel 1879 e, dal 1887, fu professore di Filosofia naturale alla *Royal Institution* di Londra.

Segretario della *Royal Society*, ne divenne Presidente nel 1905.

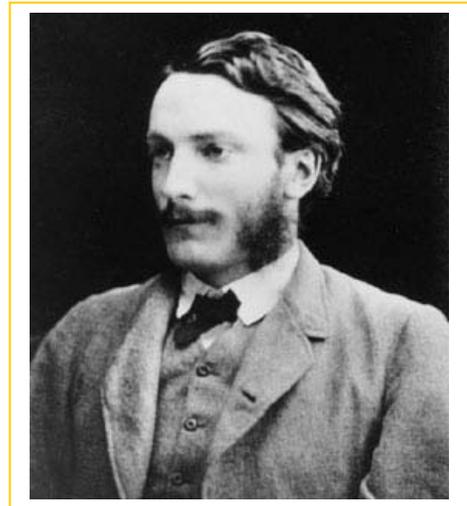
La sua prevalente attività di ricercatore fu rivolta all'Ottica, con importanti studi sul potere di risoluzione degli strumenti ottici e sulle analisi delle dimensioni molecolari basate sulla diffusione della luce nei gas.

Di grande rilievo furono anche gli studi di Strutt in Acustica, con la formulazione di tre teoremi sulle vibrazioni sonore; ideò uno strumento per misurare la pressione sonora, oggi detto *Disco di Rayleigh*; condusse anche ricerche di spettroscopia, sull'elettricità e sulla densità dei gas; nel 1904 ricevette il premio Nobel per la scoperta del primo gas nobile, l'Argon, avvenuta in collaborazione con W. Ramsay, che condivise il prestigioso riconoscimento.

I suoi contributi nell'Idrodinamica furono singolarmente 'paralleli' a quelli di Kelvin, ma in cinque questioni si distinse in modo originale:

- nell'analisi del collasso di una bolla all'interno di un liquido, che ora forma la base dello studio del danno dovuto alla cavitazione;
- nella sua completa ricerca delle caratteristiche delle onde, sia nella forma di oscillazioni della superficie in serbatoi sia alla valutazione del profilo delle onde di ampiezza finita;
- nello studio dell'instabilità dei getti;
- nell'introduzione sulle analogie della cessione del calore nel moto laminare;
- in ultimo, ma probabilmente aspetto più rilevante per questa Storia, la divulgazione del *Principio della Analogia Dinamica*.

Sebbene Fourier avesse iniziato la costruzione dell'approccio dimensionale, all'inizio del 1822, e vari altri avevano da allora proseguito, secondo differenti prospettive, in ciò che oggi è chiamata *Analisi Dimensionale*, non fu che fino al primo tentativo di Rayleigh di generalizzare il principio, nel 1899, che questo approccio non attrasse ben più di una casuale attenzione. La sua nomina, nel 1909, alla Presidenza della prima Commissione Britannica di Aeronautica non solo indicò il valore riposto sulla sua conoscenza scientifica ma senza dubbio influenzò considerevolmente il corso di questo nuovo campo scientifico.



Horace Lamb, dopo essere stato *fellow* al Trinity College e poi professore di Matematica all'*Adelaide University*, fu nominato professore a Manchester, assieme a Reynolds, dove rimase sino al suo ritiro nel 1920.

Sebbene sia stato autore di scritti di Matematica, Meccanica, Acustica, Elasticità, ed Elettricità, Lamb è meglio conosciuto oggi per i suoi scritti di Idrodinamica.

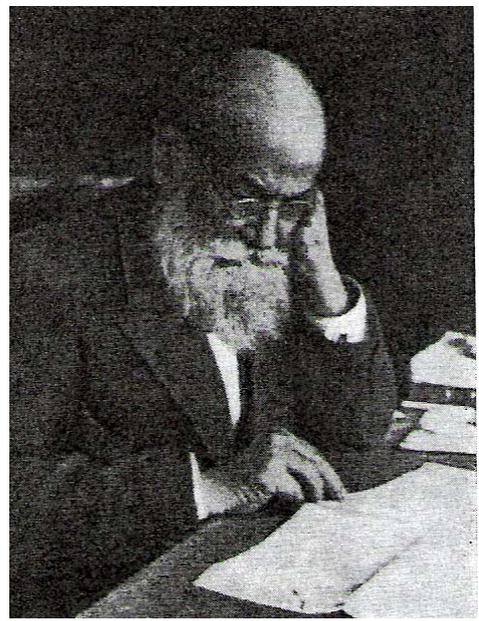
Il primo di questi fu "*Teoria matematica del moto dei fluidi*", del 1878, seguito nel 1895 dalla sua monumentale "*Idrodinamica*", passata attraverso sei edizioni, resta il riferimento standard su questo argomento; il particolare interesse di Lamb all'analisi del moto d'onda emerge chiaramente in questo testo, che è, tuttavia, un'amplissima, diremmo quasi inesauribile, fonte di informazione storica e tecnica in molte tematiche della scienza.

Il primo idrodinamico di valore, in terra di Russia, fu Nicolai E. Jouwkowsky (1847-1921), figlio di un ingegnere civile del Dipartimento Federale di Ingegneria Civile.

Nato vicino a Vladimir ed inviato a Parigi per completare la propria educazione, Jouwkowsky impiegò il resto della sua vita professionale a Mosca, come professore di Meccanica, dal 1872, all'Istituto Politecnico e dopo il 1886 all'Università. Sviluppò, in quel periodo, un profondo interesse sulla spinta idrodinamica e nel 1891 egli costruì all'Università una piccola galleria del vento, per condurre le indagini sperimentali sulla resistenza al moto nell'aria.

I contributi di Jouwkowsky allo sviluppo dell'Aeronautica, durante i successivi decenni, furono così importanti che Lenin gli conferì il titolo di "*Fratello dell'aviazione russa*".

Jouwkowsky è forse meglio conosciuto per la sua formulazione, nel 1905, del *Teorema Generale della Spinta Laterale*, esercitata su un cilindro di sezione trasversale qualunque, immerso in un flusso irrotazionale con velocità costante. Da questo primo passo, lo scienziato russo estese l'analisi ad includere non solo la spinta, ma anche l'intero caso del flusso attorno una serie di piani bidimensionali, di variabile spessore e curvatura.



Ci spostiamo in Germania per ricordare William Kutta (1867-1944), che, ispirato dagli studi sperimentali di Otto Lilienthal, aveva ottenuto, in modo indipendente, alcuni dei risultati di Jouwkowsky, compresa l'originale (ad entrambi attribuita) interpretazione del principio della vite a còclea o *Vite di Archimede*, macchina che sfrutta il principio della Circolazione dei Flussi la cui teoria, con la quale l'inglese F.W. Lanchester (citato nel precedente Capitolo) iniziò l'analisi della spinta aerodinamica, non possedeva, sino ad ora, il rigore dell'analisi di Kutta- Jouwkowsky.

Sebbene Jouwkowsky avesse ottenuto il maggior credito per i suoi progressi in Aeronautica, non resta privo di interesse, soprattutto per noi, il suo trattato sul fenomeno del *Colpo d'Ariete*.

Già Helmholtz aveva mostrato, nel 1848, che la celerità con la quale il suono si propagava attraverso un liquido comprimibile in un condotto poteva variare con l'elasticità del materiale del condotto stesso e, nel 1878, D.J. Korteweg aveva tratto la corrispondente equazione.

Ma rimase a Jouwkowsky dimostrare e calcolare, nel 1897, l'aumento di pressione prodotto in una condotta d'acqua a causa della rapida chiusura di una valvola, utilizzando l'analogia con i fenomeni acustici.

Il Colpo d'Ariete è, infatti, il fenomeno provocato, in una lunga condotta, quando il flusso subisce una veloce, se non immediata, riduzione o interruzione della portata. L'acqua prossima alla chiusura si arresta, ma quella lungo la condotta mantiene, nel primo attimo, la velocità originale mentre l'energia cinetica dell'intera condotta rapidamente si trasforma in energia di pressione, o meglio di sovrappressione contro le pareti, con valori a volte elevatissimi (si pensi, ad esempio, alle *Condotte Forzate* delle centrali idroelettriche, spesso lunghe chilometri e con pressioni, ordinarie, di centinaia di atmosfere). Per limitare i valori della sovrappressione, si inseriscono nei condotti: *Pozzi Piezometrici*, *Camere ad aria* oppure, con tecnologia ormai più diffusa negli acquedotti, *Valvole di Sicurezza*.

Jouwkowsky fu impegnato, nell'estate del 1897, ad una serie di esperimenti a larga scala, per determinare la massima velocità dell'acqua che poteva, con adeguata sicurezza, essere usata nel nuovo acquedotto di Mosca; il test fu condotto con tubazioni di 50, 100 e 150 millimetri di diametro e di lunghezza variabile da 30 a 800 metri.

Lo scienziato russo non si limitò ad analizzare gli effetti di differenti tipologie delle valvole di chiusura, della camera di carico, delle valvole di sicurezza e di tutti i meccanismi e strutture coinvolti nel *Colpo d'Ariete*, ma, per ogni situazione, egli elaborò la relativa ed accurata analisi matematica. Il rapporto fu pubblicato, sia in russo che in tedesco, nel 1898, nelle *Memorie dell'Accademia delle Scienze di San Pietroburgo*, e rappresenta, in letteratura, la prima completa analisi del Colpo d'Ariete.

Ecco alcune osservazioni, di particolare chiarezza, distinguendosi così, anche nella forma, dai confusi ed imprecisi approcci che avevano affrontato questo problema sino a quel tempo:

“ . . . la massima sovrappressione causata dal Colpo d'Ariete è data dalla formula

$$\Delta p = v c \rho$$

da questa formula . . . noi vediamo che l'incremento di pressione Δp è direttamente proporzionale alla velocità v , del flusso che viene arrestato, alla densità ρ , alla celerità c , con la quale si propaga l'onda di pressione, ma è indipendente dalla lunghezza del tubo; la celerità c è espressa nella forma:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\rho}{E_w} + \frac{D\rho}{SE_v}\right)}}$$

. . . una camera d'aria di adeguata grandezza può proteggere quella parte della condotta compresa tra la stessa camera d'aria e l'origine del colpo d'ariete. Questa misura è, in generale, sufficientemente adeguata . . . tuttavia è preferibile utilizzare valvole di sicurezza . . . la valvola di sicurezza permette lo sfogo della sovrappressione del colpo d'ariete attraverso una molla che regola la chiusura, tarata per aprirsi oltre un prefissato limite della pressione stessa . . . “

L'ultimo personaggio ad essere qui ricordato, nella ricerca in Idrodinamica del XIX secolo, è Junius Massau (Goselies 1852-1909), nato a Gosselies, Belgio, ed educato alla scuola di Genio Civile di Gant.

Come molti altri, citati in questo Capitolo, iniziò l'attività come Ingegnere Civile, ma la sua singolare abilità in Matematica, già evidente nel corso della scuola secondaria, apparve chiara a tutti quando pubblicò il pregevole studio sul giroscopio, che lo stesso Massau espose nel corso di una competizione universitaria, nella quale meritò, per questo, il Primo Premio.

Poco dopo questo primo successo, questo ingegnere belga entrò nel nazionale Corpo di Ponti e Strade, che abbandonò, nel 1878, per assumere la carica di professore di Matematica all'Università di Gant, dove rimase per sei anni.

Mai abbandonando gli studi matematici, Massau, nel 1889, pubblicò una memoria sull'integrazione grafica delle equazioni a derivate parziali, pródromo del successivo trattato, pubblicato in prossimità della fine del secolo, sotto il titolo *“Intégration garphique par les caratéristiques.”*

In Idraulica, Massau si pose in particolare il problema di capire dove si manifestassero discontinuità nel movimento delle onde; le variabili indipendenti, caratteristiche di questo moto, erano già state usate da Riemann, nel 1860, per valutare il percorso delle onde sonore, nel piano

bidimensionale. Il contributo di Massau, pertanto, non costituì lo sviluppo originale del método, ma piuttosto la sua applicazione ad un fenomeno determinato dalla Gravità, risolto attraverso lo sviluppo grafico, piuttosto che con metodi numerici. Ancor oggi esso rappresenta forse il più potente strumento disponibile per l'analisi di tali fenomeni, nel caso delle onde di piena, che non sono suscettibili di essere esaminate secondo le procedure dell'Idrodinamica classica.

Un paragone tra gli aspetti affrontati nello studio dell'Idrodinamica e dell'Idraulica, così come esaminati dai lavori di Lamb e di Flamant, può dare una adeguata sintesi degli sviluppi raggiunti al dischiudersi del XX secolo.

Nell'Idrodinamica si compirono sforzi per concludere l'analisi di un fluido perfetto, lasciando in secondo piano l'aspetto del *Moto Laminare*, quasi ignorando il problema del flusso in moto Turbolento, che era quasi esclusivamente il tipo di moto con il quale l'Idraulica si confrontava quotidianamente. Alcuni degli idrodinamici, a dire il vero, erano stati eccellenti sperimentatori ed alcuni degli idraulici avevano enfatizzato l'approccio rigorosamente scientifico. Ma alla lunga, dall'una e dall'altra parte, ogni studio non sembrava mosso dalla necessità di creare lavori pratici e pochi avevano una preparazione matematica sufficiente per comprendere pienamente i pertinenti risultati teorici.

Cosicché il XIX secolo giunse al termine con i due campi di ricerca, Idraulica ed Idrodinamica, essenzialmente indipendenti l'uno dall'altro, ognuno progredito grandemente nell'utile conoscenza e nella tecnica, ma con scarsa percezione delle loro stesse necessità ed un altrettanto inadeguato apprezzamento delle opportunità create per le pratiche applicazioni.

* * *