

## **(5) Considerazioni di base su aspetti della modellazione matematica di processi di filtrazione**

*Alberto Guadagnini, Laura Guadagnini, Monica Riva, Enrico Larcan, Enrico Orsi,*

*Matteo Salmaso*

*Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Ambientale, Infrastrutture Viarie e Rilevamento,  
Politecnico di Milano, Milano*

L'utilizzo di modelli matematici nell'ambito della risoluzione di problemi di flusso e trasporto in sistemi naturali complessi è oramai piuttosto diffuso. Un modello costituisce una versione semplificata di un sistema reale e dei fenomeni che in esso si esplicano e si pone come strumento in grado di simulare (con delle approssimazioni) la risposta del sistema ad una serie di sollecitazioni indotte. Con riferimento agli acquiferi naturali, esempi di sollecitazioni esterne includono emungimenti, fenomeni di contaminazione, immissione di masse fluide nell'ambito di operazioni di ricarica artificiale, variazioni delle condizioni al contorno. La risposta ad una sollecitazione indotta tipicamente consiste in variazioni spaziali e temporali nella distribuzione dei carichi idraulici, dei flussi di filtrazione e/o delle concentrazioni di soluti.

La procedura di applicazione di una modellazione matematica viene generalmente articolata su di una serie di passi successivi:

1. identificazione dell'informazione richiesta (obiettivi);
2. implementazione del modello concettuale del sistema in esame;
3. scelta o sviluppo del codice numerico;
4. implementazione del modello matematico;
5. calibrazione dei parametri di controllo ed analisi di sensitività.

All'identificazione della tipologia e del dettaglio dell'informazione richiesta è associata la fase di acquisizione ed organizzazione delle informazioni disponibili nell'ambito del dominio di interesse e necessari allo sviluppo del modello concettuale. Queste possono essere di diversa natura e comprendono, ad esempio, dati di tipo geologico, sedimentologico, idraulico, idrogeologico, idro-geo-chimico, geofisico.

La formulazione del modello concettuale del sistema consiste in una serie di assunzioni che riducono il problema in esame ed il dominio reale ad una versione semplificata e soddisfacente per gli obiettivi del modello, consistentemente con i dati

disponibili. Gli aspetti descritti nell'ambito di un modello concettuale includono, generalmente, i seguenti elementi:

1. estensione e correlazione delle diverse unità idrostratigrafiche riconosciute;
2. proprietà dei litotipi (porosità, conducibilità idraulica, coefficienti di immagazzinamento, caratteristiche di eterogeneità ed anisotropia);
3. evoluzione spazio-temporale delle superfici potenziometriche, mediante, ad esempio opportune elaborazioni di interpolazione di informazioni puntuali disponibili;
4. valutazione dei termini del bilancio idrologico (*e.g.*, infiltrazione superficiale, eventuali flussi attraverso i contorni, fenomeni di drenanza, portate estratte e/o immesse artificialmente nel sistema);
5. localizzazione dei contorni (*e.g.*, profondità della base del sistema acquifero, presenza, spessore e grado di continuità di eventuali orizzonti impermeabili);
6. tipologia di condizioni al contorno (stima di eventuali flussi in ingresso o in uscita dai limiti del modello, valori di carico, localizzazione di corpi idrici superficiali);
7. sollecitazioni indotte (pozzi di estrazione, sistemi di immissione);
8. caratteristiche idrochimiche.

La fase di raccolta dei dati geologici, idrostratigrafici, idrogeologici ed idraulici esistenti e l'eventuale predisposizione di indagini necessarie al raggiungimento di un livello di caratterizzazione del sistema acquifero sufficiente a fornire risposte significative dello strumento scelto, è solitamente molto delicata.

Si rende spesso necessario analizzare insiemi di dati di tipologia e provenienza diversa, distribuiti su scale di osservazione che possono essere anche molto diverse tra loro. Il livello di affidabilità a questi associato non sempre è noto e la loro densità sul territorio non sempre consente una accurata descrizione della variabilità spazio-temporale delle grandezze idrogeologiche di interesse all'interno del sistema in esame.

Gli elementi individuati nell'ambito del modello concettuale sono quindi trasferiti, nella fase successiva, in un modello matematico, nella forma richiesta dal codice numerico scelto. Il sistema naturale continuo viene discretizzato in celle, o blocchi, tramite la sovrapposizione di una griglia di calcolo sulla quale vengono valutate le soluzioni numeriche delle equazioni di base che governano i processi naturali indagati.

È opportuno che la discretizzazione spaziale della griglia di calcolo sia scelta sulla base delle caratteristiche del dominio in esame e in maniera tale da contenere l'errore associato all'approssimazione numerica. In particolare, la spaziatura fra i nodi di calcolo (risoluzione della griglia) dovrebbe essere tale da garantire una adeguata stabilità della soluzione in presenza di bruschi cambiamenti nelle proprietà del sistema fisico e delle condizioni evolutive in esame. Generalmente, la spaziatura è inferiore dove le variabili dipendenti (carico e flusso) sono soggette a variazioni maggiori (*e.g.*, aree circostanti pozzi di estrazione o trincee di infiltrazione). Raffinamenti della griglia possono essere utilizzati in corrispondenza di limiti irregolari (la necessità di utilizzare maglie di dimensioni irregolari influisce sulla scelta del codice di calcolo). La sensitività della soluzione alla risoluzione della griglia dovrebbe essere controllata con cura, poiché i risultati del modello possono dipendere dalle dimensioni della griglia di discretizzazione adottata. Nei modelli tri-dimensionali l'impiego di più strati di calcolo consente di simulare il flusso in diverse unità idrostratigrafiche, fenomeni di drenanza fra acquiferi, gradienti di flusso verticali.

Come precedentemente indicato, l'analisi del moto e/o del trasporto di un sistema idrico sotterraneo richiede in ingresso i valori dei parametri (fisici, idraulici e del trasporto) del mezzo poroso. In altre parole, la risoluzione del problema di previsione del moto e/o del trasporto delle acque sotterranee richiede la risoluzione del problema di identificazione (caratterizzazione) parametrica, ovvero la determinazione della distribuzione spaziale nel dominio di interesse dei parametri che figurano nelle equazioni del moto e/o del trasporto e che esprimono le proprietà fisiche ed il comportamento dei corpi idrici sotterranei.

Il problema della caratterizzazione di un acquifero eterogeneo è di notevole rilevanza e di grande attualità nell'ambito dell'Ingegneria idraulica-ambientale, soprattutto in relazione alla crescente attenzione che viene posta a molteplici problematiche quali la disponibilità della risorsa idrica ed il suo raggiungimento di livelli qualitativi soddisfacenti. Come esempi tipici di applicazione in cui l'impiego della modellazione matematica è in grado di presentarsi come uno strumento di interesse ed efficace si citano il problema della delimitazione delle zone di rispetto o di aree di salvaguardia intorno a pozzi ad uso idropotabile, la progettazione/pianificazione di interventi di bonifica di acquiferi di qualità degradata, lo studio della propagazione di

inquinanti nel sottosuolo, la pianificazione per la realizzazione di nuove opere di captazione.

L'approccio tradizionale alla risoluzione del problema del flusso prevede, quindi, la risoluzione delle equazioni che governano il fenomeno fisico indagato in funzione di parametri idrogeologici caratterizzanti la regione in esame con distribuzione spaziale assegnata. Va sottolineato che, se da un lato la fisica del flusso e del trasporto è nota e descrivibile con equazioni relativamente semplici, le caratteristiche geologiche delle formazioni naturali possono risultare estremamente complesse. Analisi di campo e laboratorio, volte a definire i parametri caratteristici di un mezzo filtrante, mostrano che questi ultimi (a) variano in funzione del punto di campionamento e (b) in generale dipendono dalla scala di osservazione considerata.

Si è quindi proposta in letteratura l'idea di considerare i parametri in ingresso e le grandezze in uscita come processi aleatori. L'adozione di un approccio stocastico alla risoluzione del problema del flusso e del trasporto in sistemi eterogenei è dettata essenzialmente dalla flessibilità che questo offre per lo studio di fenomeni in cui i parametri in ingresso sono noti con un certo livello di incertezza. All'interno dei modelli stocastici si abbandona l'idea, tipica dei modelli deterministici, che sia possibile valutare in maniera esatta le grandezze tipiche del flusso e del trasporto e si focalizza l'attenzione sulla possibilità di fornire previsioni di tali quantità, unitamente al livello di incertezza a queste associato. In tal senso, caratterizzazioni di tipo geostatistico di un sistema acquifero sono considerati come interessanti strumenti di indagine ed interpretazione.

### ***Calibrazione del modello ed analisi di sensitività***

Con il termine calibrazione ci si riferisce alla procedura attraverso cui ci si accerta che il modello sia in grado di descrivere correttamente tutti i processi rilevanti che intervengono nei rapporti tra sollecitazioni e risposte di interesse. Un modello di flusso sotterraneo viene considerato calibrato quando è in grado di riprodurre, con un grado di accuratezza accettabile, i carichi idraulici ed i flussi sotterranei del sistema idrico in esame. La procedura consiste nell'individuare un insieme di valori relativi a condizioni al contorno, parametri dell'acquifero e sollecitazioni del sistema il cui impiego, all'interno della simulazione numerica, fornisca valori di carico e flusso il più aderenti possibile ad un insieme di valori reali osservati ed assunti come riferimento del

comportamento dell'acquifero. Nella procedura di calibrazione, quindi, i valori dei parametri del modello per un sito sono determinati risolvendo un problema inverso ed utilizzando misure sperimentali provenienti dal sito stesso.

L'adozione di un metodo di calibrazione consente di risolvere un problema inverso modificando iterativamente le incognite (*e.g.*, conduttività idrauliche, flussi ai contorni, contorni interni tra litotipi diversi) fino ad ottenere la minimizzazione di una assegnata funzione obiettivo. Quest'ultima esprime, in sostanza, una relazione tra le variabili di stato (*e.g.*, i carichi idraulici) misurati e simulati, in presenza o meno di eventuali termini di regolarizzazione che includono osservazioni sui parametri del sistema. Poiché il modello è solo un'approssimazione della realtà, si cercherà di raggiungere il miglior adattamento fra i due insiemi di dati in accordo a un qualche criterio.

Sono disponibili diverse tecniche per determinare i valori ottimali dei parametri del modello. Alcune metodologie utilizzano un approccio iterativo, in cui i parametri in ingresso sono aggiornati per tentativi ed i risultati ottenuti sono posti a confronto. Altre tecniche utilizzano metodi di ottimizzazione più sofisticati.

In questo lavoro si prende in esame l'applicazione di tecniche basate su concetti geostatistici per la caratterizzazione del sistema acquifero analizzato. Si considerano diversi modelli di caratterizzazione geostatistica, al fine di valutare come le differenti concettualizzazioni della distribuzione spaziale tri-dimensionale di parametri idrogeologici, quali la conduttività idraulica, influiscano sui risultati forniti dalla modellazione del flusso, ossia sulla distribuzione dei carichi idraulici e direzioni dei flussi sotterranei principali.

La rilevanza scientifica di quanto enunciato risiede nel fatto che, sebbene negli ultimi decenni siano stati ottenuti notevoli miglioramenti nello sviluppo degli approcci stocastici per la caratterizzazione di un sito, la descrizione dell'eterogeneità delle proprietà idrogeologiche rappresenta tuttora uno dei principali ambiti di ricerca nel campo dell'idrologia e dell'idraulica sotterranea. Si sottolinea, inoltre, che la maggior parte delle prove di campo descritte in letteratura si focalizzano su acquiferi relativamente omogenei e caratterizzati da valori medio-alti della varianza della conduttività idraulica. L'acquifero in esame presenta invece un'eterogeneità elevata, tale per cui la caratterizzazione della distribuzione spaziale della conduttività e dei suoi effetti si pone come elemento di particolare complessità e rilievo.